Corrigé du livret d’entraînement pour la Première

Sommaire

1 Calculs algébriques

Exercice 1.1 (♦) Développer puis simplifier les expressions suivantes :

1. $A(x) = x \times 5 - x \times 3x + 3 \times 5 - 3 \times 3x = 5x - 3x^2 + 15 - 9x = -3x^2 - 4x + 15$
2. $B(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^2 - 2 \times \frac{1}{3} + (5x)^2 = 25x^2 - \frac{10}{3}x + \frac{1}{9}$
3. $C(x) = 3^2 - (2x)^2 = 9 - 4x^2$

Exercice 1.2 (♦) Factoriser au maximum les expressions suivantes :

1. $A(x) = x(\sqrt{2}x + 1)$
2. $B(x) = 3x(x^2 - 2x + 3)$
3. $C(x) = (x - 7)(7x - 32)$
4. $D(x) = 2(2x - 1)(x + 1)$
5. $E(x) = (x - 3)(x + 3)$
6. $F(x) = (x - 2)^2$
7. $G(x) = (4x - 3)(-2x - 7)$
8. $H(x) = 2(x + 5)(x - 1)(x + 3)$

Exercice 1.3 (♦) Ecrire sous la forme d'un seul quotient puis simplifier au maximum les expressions :

1. $A(x) = \dfrac{2x^2 - 6x - 3}{x(x + 1)}$
2. $B(x) = \dfrac{2x^2 + 9x - 6}{x^2 - 4}$
3. $C(x) = \dfrac{1 - x}{2x - 1}$

Exercice 1.4 (♦) Simplifier au maximum les expressions suivantes :

1. $A = 7^2 \times 10^{-3} = 0{,}049$
2. $B = 3^2 \times 10^2 \times 2^2 = 3\,600$
3. $C = 10^{-3} \times 3^2 \times 2^3 = 0{,}072$

Exercice 1.5 Ecrire sous la forme $a + b\sqrt{c}$, où a et b sont des entiers relatifs et c un entier naturel, le plus petit possible :

$A = 3 \times \sqrt{4 \times 5} - 6\sqrt{9 \times 5} - 5\sqrt{16 \times 5} + 2\sqrt{5} = (3 \times \sqrt{4} - 6 \times \sqrt{9} - 5\sqrt{16} - 2)\sqrt{5} = (6 - 18 - 20 + 2)\sqrt{5} = -30\sqrt{5}$

$B = 3\sqrt{4 \times 3} - 5\sqrt{16 \times 3} + 2\sqrt{25 \times 3} = (3 \times 2 - 5 \times 4 + 2 \times 5)\sqrt{3} = -4\sqrt{3}$

$C = (3 - \sqrt{3} + 7 + 2\sqrt{3})(3 - \sqrt{3} - 7 - 2\sqrt{3}) = (10 + \sqrt{3})(-4 - 3\sqrt{3}) = -40 - 30\sqrt{3} - 4\sqrt{3} - 9 = -49 - 34\sqrt{3}$

Exercice 1.6 Résoudre les équations suivantes après avoir donné leur domaine de définition :

1. (♦) Dans $\mathbb{R}$: $\frac{3}{4}x - \frac{5}{2} = 4 \Leftrightarrow 3x - 2 \times 5 = 4 \times 4 \Leftrightarrow 3x = 16 + 10 \Leftrightarrow x = \frac{26}{3}$ soit $S = \left\{\frac{26}{3}\right\}$
2. (♦) Dans $\mathbb{R}$: $(3x + 2)(-1 - 2x) = 0 \Leftrightarrow 3x + 2 = 0$ ou $-1 - 2x = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{2}{3}$ ou $x = -\frac{1}{2}$ donc $S = \left\{-\frac{2}{3}\,;\,-\frac{1}{2}\right\}$
3. Dans $\mathbb{R}$: $(4x - 2)(5x - 1)(x^2 + 1) = 0 \Leftrightarrow 4x - 2 = 0$ ou $5x - 1 = 0$ car $x^2 + 1 > 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$ ou $x = \frac{1}{5}$ donc $S = \left\{\frac{1}{5}\,;\,\frac{1}{2}\right\}$
4. (♦) Dans $\mathbb{R}$: $x^2 + 5x = 0 \Leftrightarrow x(x + 5) = 0 \Leftrightarrow x = 0$ ou $x + 5 = 0 \Leftrightarrow x = 0$ ou $x = -5$ soit $S = \{-5\,;\,0\}$
5. Dans $\mathbb{R}$: $\frac{-3}{5}(x - 3)^2 = 0 \Leftrightarrow (x - 3)^2 = 0$ car $\frac{-3}{5} \neq 0 \Leftrightarrow x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = 3$ ainsi $S = \{3\}$
6. (♦) Dans $\mathbb{R}$: $(2x - 3)^2 - (x + 5)^2 = 0 \Leftrightarrow (2x - 3 + x + 5)(2x - 3 - x - 5) = 0 \Leftrightarrow (3x + 2)(x - 8) = 0 \Leftrightarrow \cdots$ $S = \left\{-\frac{2}{3}\,;\,8\right\}$

7. Dans $\mathbb{R}$: $(x+2)(2x+3) = 4x^2-9 \Leftrightarrow (x+2)(2x+3) = (2x-3)(2x+3) \Leftrightarrow (2x+3)(-x+5) = 0 \Leftrightarrow \cdots$ $S = \left\{-\frac{3}{2}\ ;\ 5\right\}$
8. Dans $\mathbb{R}\backslash\left\{\frac{1}{5}\right\}$: $\frac{5x-2}{10x-2} = 0 \Leftrightarrow 5x-2 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{2}{5}$ $S = \left\{\frac{2}{5}\right\}$
9. Dans $\mathbb{R}\backslash\{-1\}$: $\frac{3x-5}{x+1} = 3 \Leftrightarrow 3x-5 = 3(x+1) \Leftrightarrow 0 = 8$ impossible donc $S = \varnothing$

Exercice 1.7 Résoudre les inéquations suivantes après avoir donné leur domaine de définition :

1. (◆) On résout dans $\mathbb{R}$:

$$4(2x-3) < 3(x+4) - 5 \Leftrightarrow 8x - 3x < 12 - 5 + 12$$
$$\Leftrightarrow x < \frac{19}{5}$$

donc $S = \left]-\infty\ ;\ \frac{19}{5}\right[$

2. (◆) On résout dans $\mathbb{R}$ en dressant un tableau de signes :

x	$-\infty$		-3		$\frac{1}{7}$		$+\infty$
$7x-1$		$-$		$-$	0	$+$	
$-3-x$		$+$	0	$-$		$-$	
$(7x-1)(-3-x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Ainsi, $S =]-\infty\ ;\ -3] \cup \left[\frac{1}{7}\ ;\ +\infty\right[$

3. On résout dans $\mathbb{R}$

$$(4x-5)^2 - 9 > 0 \Leftrightarrow 8(x-2)(2x-1) > 0$$

On dresse un tableau de signes :

x	$-\infty$		$\frac{1}{2}$		2		$+\infty$
$x-2$		$-$		$-$	0	$+$	
$2x-1$		$-$	0	$+$		$+$	
$8(x-2)(2x-1)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Ainsi, $S = \left]-\infty\ ;\ \frac{1}{2}\right[\cup]2\ ;\ +\infty[$

4. On résout dans $\mathbb{R}$ en dressant un tableau de signes :

x	$-\infty$		$-\frac{5}{2}$		$\frac{4}{3}$		3		$+\infty$
$x-3$		$-$		$-$		$-$	0	$+$	
$4-3x$		$+$		$+$	0	$-$		$-$	
$-5-2x$		$+$	0	$-$		$-$		$-$	
Produit		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Ainsi, $S = \left[-\frac{5}{2}\ ;\ \frac{4}{3}\right] \cup [3\ ;\ +\infty[$

5. Dans $\mathbb{R}$:

$$(x-5)(2x+1) < (3x+1)(2x+1) \Leftrightarrow 2(2x+1)(x+3) > 0$$

On dresse un tableau de signes

x	$-\infty$		-3		$-\frac{1}{2}$		$+\infty$
$2x+1$		$-$		$-$	0	$+$	
$x+3$		$-$	0	$+$		$+$	
$2(2x+1)(x+3)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Ainsi, $S =]-\infty\ ;\ -3[\cup]-\frac{1}{2}\ ;\ +\infty[$

6. (◆) On résout dans $\mathbb{R}\backslash\left\{-\frac{1}{2}\right\}$ avec un tableau de signes :

x	$-\infty$		$-\frac{1}{2}$		5		$+\infty$
$x-5$		$-$		$-$	0	$+$	
$2x+1$		$-$	0	$+$		$+$	
$\frac{x-5}{2x+1}$		$+$	‖	$-$	0	$+$	

Ainsi, $S = \left]-\infty\ ;\ -\frac{1}{2}\right[\cup [5\ ;\ +\infty[$

7. Dans $\mathbb{R}\backslash\{4\}$: $\frac{3+2x}{x-4} \leqslant 1 \Leftrightarrow \frac{x+7}{x-4} \leqslant 0$

x	$-\infty$		-7		4		$+\infty$
$x+7$		$-$	0	$+$		$+$	
$x-4$		$-$		$-$	0	$+$	
$\frac{x+7}{x-4}$		$+$	0	$-$	‖	$+$	

Ainsi, $S = [-7\ ;\ 4[$

8. Dans $\mathbb{R}\backslash\{-2\}$: $\frac{x-2x^2}{x+2} \leqslant 0 \Leftrightarrow \frac{x(x-2)}{x+2} \leqslant 0$

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
x		$-$		$-$	0	$+$		$+$	
$x-2$		$-$		$-$		$-$	0	$+$	
$x+2$		$-$	0	$+$		$-+$		$-+$	
$\dfrac{x(x-2)}{x+2}$		$-$	$\Vert$	$+$	0	$-$	0	$+$	

Ainsi, $S =]-\infty\,;\,-2[\cup[0\,;\,2]$

9. Dans $\mathbb{R}\backslash\{3\}$: $\dfrac{(x+1)^2}{x-3} \geqslant 2 \Leftrightarrow \dfrac{x^2+7}{x-3} \geqslant 0$

   Comme $x^2+7>0$ sur $\mathbb{R}\backslash\{3\}$, $\dfrac{x^2+7}{x-3}$ est du signe de $x-3$.

   Ainsi $S =]3\,;\,+\infty[$

Exercice 1.8

1. ⋆ On a d'une part $\alpha^2 = \left(\dfrac{\sqrt{5}+1}{2}\right)^2 = \dfrac{(\sqrt{5}+1)^2}{2^2} = \dfrac{5+2\sqrt{5}+1}{4} = \dfrac{6+2\sqrt{5}}{4} = \dfrac{3+\sqrt{5}}{2}$

   et d'autre part $\alpha+1 = \dfrac{\sqrt{5}+1}{2}+1 = \dfrac{\sqrt{5}+1}{2}+\dfrac{2}{2} = \dfrac{\sqrt{5}+1+2}{2} = \dfrac{\sqrt{5}+3}{2}$

   on a donc bien $\alpha^2 = \alpha+1$.

   ⋆ $\dfrac{1}{\alpha} = \dfrac{2}{\sqrt{5}+1} = \dfrac{2(\sqrt{5}-1)}{(\sqrt{5}+1)(\sqrt{5}-1)} = \dfrac{2(\sqrt{5}-1)}{4} = \dfrac{\sqrt{5}-1}{2}$

2. (♦) Soit $x\in\mathbb{R}$. En développant le membre de droite, on a

$$-4\left(x-\frac{3}{2}\right)^2+\frac{11}{2} = -4\left(x^2-3x+\frac{9}{4}\right)+\frac{11}{2} = -4x^2+12x-9+\frac{11}{2} = -4x^2+12x-\frac{7}{2}$$

   et donc bien l'égalité voulue.

3. Soit $t\in\mathbb{R}$. En développant les deux membres de gauche et droite, on a

$$(t^2-3)^2+12t^2 = t^4-6t^2+9+12t^2 = t^4+6t^2+9 \qquad \text{et} \qquad (t^2+3)^2 = t^4+6t^2+9$$

   et donc bien $(t^2-3)^2+12t^2 = (t^2+3)^2$.

4. $a^2 = \left(\dfrac{3+\sqrt{3}}{2}\right)^2 = \dfrac{(3+\sqrt{3})^2}{4} = \dfrac{12+6\sqrt{3}}{4} = \dfrac{6+3\sqrt{3}}{2}$ et $3a-\dfrac{3}{2} = \dfrac{3\times(3+\sqrt{3})}{2}-\dfrac{3}{2} = \dfrac{9+3\sqrt{3}-3}{2} = \dfrac{6+3\sqrt{3}}{2}$

   on a bien $a^2 = 3a-\dfrac{3}{2}$.

Exercice 1.9 Pour ses 15 ans Léa a reçu 150 € de la part de sa grand-mère qu'elle met dans sa tirelire. De plus ses parents lui donne 15€ d'argent de poche tous les mois. Elle décide d'économiser la totalité de son argent de poche afin de s'offrir la guitare électrique de ses rêves valant 569 €.

1. La fonction suivante convient :

```python
def guitare():
    nbmois = 0
    tirelire = 150
    while tirelire < 569:
        tirelire = tirelire + 15
        n = n + 1
    return n
```

2. Pour répondre à cette question on peut :
   - ⋆ Modifier la fonction précédente en remplaçant la dernière instruction par `return n, tirelire-569` ainsi l'instruction `guitare()` renverra le nombre de mois à attendre pour pouvoir acheter la guitare mais aussi ce qu'il restera dans la tirelire de Léa après l'achat
   - ⋆ On note n le nombre de mois à attendre ($n\in\mathbb{N}$) et on résout dans un premier temps l'inéquation $150+15n \geqslant 569$:

$$150+15n \geqslant 569 \Leftrightarrow 15n \geqslant 419 \Leftrightarrow n \geqslant \frac{419}{15}$$

     Comme $\dfrac{419}{15} \approx 17{,}9$ au dixième près et que n est entier, il faudra au minimum 28 mois d'attente.
     On calcule alors $150+15\times 28-569$ et on trouve ainsi qu'il restera 1 euro dans la tirelire après l'achat.

2 Pourcentages et évolutions

Exercice 2.1 (♦) Les questions suivantes sont indépendantes.

1. Le premier employé a un salaire qui passe de 1600 à 1700 euros soit un pourcentage d'évolution de $\frac{1700-1600}{1600}=0{,}0625$ soit un pourcentage d'évolution de $6{,}25\%$.
   Le deuxième employé a un salaire qui passe de 2400 à 2500 euros soit un pourcentage d'évolution de $\frac{2500-2400}{2400}=0{,}0417$ soit un pourcentage d'évolution de $4{,}17\%$.

2. Jules reçoit $40\times 12=480$ euros par an.
   Il a dépensé en pourcentage : $\frac{180}{480}\times 100=37{,}5\%$.
3. $\frac{20050\times 8}{100}=1604$. Il y a 1604 séniors.
4. $\frac{18\times 100}{3{,}6}=500$. Le pot de yaourt a une masse dde 500 g.
5. $\frac{40}{100}\times\frac{55}{100}=0{,}22$. Il y a donc 22% d'hommes de plus de 60 ans dans ce train.
6. $175\times\frac{100}{16}=1093{,}75$. Le pris de cet article est de 1093,75 euros.
7. $\frac{6}{64}\times 100=9{,}375\%$.
   100%-40%-9,375%=50,625%.
   La mémoire encore libre occupe 50,625%.

Exercice 2.2 (♦) Augmentation :

- 1,5 : pourcentage de variation : 50%.
- 1,001 : pourcentage de variation : $0{,}1\%$
- 2 : pourcentage de variation : 100%.
- 1,25 : pourcentage de variation : 25%.

Diminution :

- 0,5 : pourcentage de variation : 50%.
- 0,875 : pourcentage de variation : $12{,}5\%$.
- 0,1 : pourcentage de variation : 90%.

Stagnation :

- 1.

Exercice 2.3 (♦)

1. Une augmentation de 0,3% : 1,003.
2. Une augmentation de 23% : 1,23.
3. Une diminution de 12% : 0,88.
4. Une diminution de 0,25% : 0,75.

Exercice 2.4 (♦) Les questions suivantes sont indépendantes.

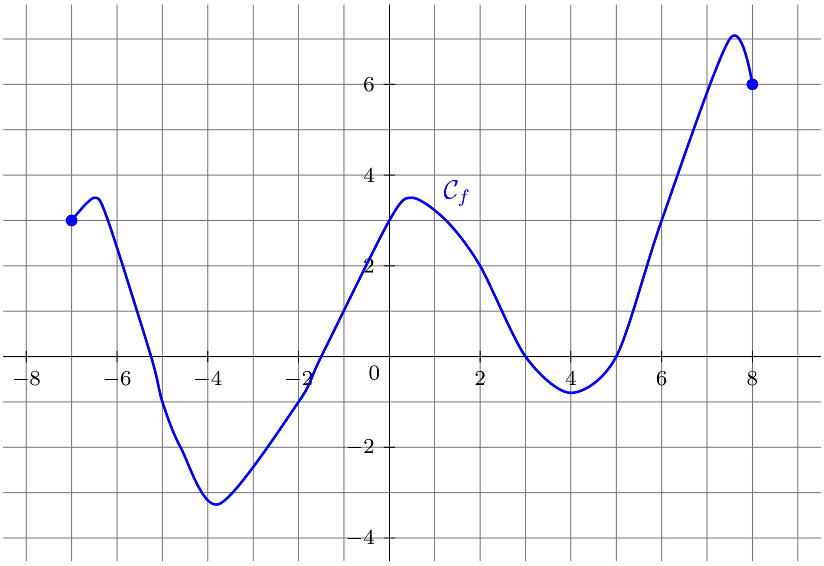
1. $T = 1{,}30 \times 0{,}80 = 1{,}04$. Soit une augmentation de 4%.
2. $1000 \div 1{,}03 = 970{,}88$. Il faut placer 970,88 euros.
3. $\dfrac{1{,}132}{1{,}075} = 1{,}053023$. Le taux d'évolution est de $0{,}053$.
4. (a) $\dfrac{1298 - 1100}{1100} = 0{,}18$. Le pourcentage d'évolution du prix de cet ordinateur entre 1er janvier et le 1er avril est de 18%.
   (b) $1{,}18 \times 1{,}15 = 1{,}357$. Le pourcentage d'augmentation du prix entre 1er janvier et le 1er septembre est de $35{,}7\%$.
   (c) Le nouveau prix est de $1100 \times 1{,}357 = 1492{,}7$ euros.
   $\dfrac{1100 - 1492{,}7}{1492{,}7} = -0{,}263$. Le pourcentage de diminution à appliquer est de $26{,}3\%$.

Exercice 2.5 (♦) Au taux d'évolution de $+4\%$ correspond le coefficient multiplicateur $1{,}04$. La fonction suivante convient donc :

```
def prixBijou(n):
    prix = 2000
    for i in range(n):
        prix = prix * 1.04
    return prix}
```

3 Fonctions

Exercice 3.1 (♦) On considère la fonction f dont la courbe représentative est donnée sur le graphique suivant :



1. $D_f = [-7; 8]$.
2. L'image de 2 par f est 2.
3. $f(5) = 0$.
4. 3 admet 5 antécédents par f.
5. $S = \{-5; -2\}$.
6. .

x	-7		-6.5		-4		0.5		4		7.5		8
$f(x)$	3	↗	3.5	↘	-3.2	↗	3.5	↘	-0.9	↗	7.4	↘	6

7. .

x	-7		-5.2		-1.5		3		5		8
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Exercice 3.2 (♦) On considère la fonction f définie par $f(x) = \dfrac{3x-1}{2x+4}$.

1. $2x + 4 \neq 0$ donc $D_f = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$.
2. $f(1) = \dfrac{3-1}{2+4} = \dfrac{2}{6} = \dfrac{1}{3}$.
3. $f(-3) = \dfrac{-9-1}{-6+4} = \dfrac{-10}{-2} = 5$. 5 est l'image de -3 par f.
4. On doit résoudre $f(x) = 2$.
   Dans $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$: $\dfrac{3x-1}{2x+4} = 2 \Leftrightarrow 3x - 1 = 2(2x+4) \Leftrightarrow x = -9 \quad$ donc $S = \{-9\}$
5. Dans $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$: $\dfrac{3x-1}{2x+4} = -5 \Leftrightarrow 3x - 1 = -5(2x+4) \Leftrightarrow x = -\dfrac{19}{13} \quad$ donc $S = \left\{-\dfrac{19}{13}\right\}$
   $-\dfrac{19}{13}$ est l'antécédent de -5 par f.

6. .

x	$-\infty$		-2		$\frac{1}{3}$		$+\infty$
$3x - 1$		$-$		$-$	0	$+$	
$2x + 4$		$-$	0	$+$		$+$	
$f(x)$		$+$	$\Vert$	$-$	0	$+$	

Donc $f(x) < 0$ a pour solution : $S = \left]-2; \frac{1}{3}\right[$.

Exercice 3.3 (◆) On considère la fonction f définie par $f(x) = 3(x-2)(x+5)$.

1. $D_f = \mathbb{R}$.
2. $f(-5) = 3(-5-2)(-5+5) = 0$
   $f(0) = 3(0-2)(0+5) = -30$.
3. $f(x) = 3(x^2 + 5x - 2x - 10) = 3(x^2 + 3x - 10) = 3x^2 + 9x - 30$.
4. Pour $x \in \mathbb{R}$:
   $3\left(x + \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{147}{4} = 3\left(x^2 + 3x + \frac{9}{4}\right) - \frac{147}{4} = 3x^2 + 9x + \frac{27}{4} - \frac{147}{4} = 3x^2 + 9x - 30 = f(x)$.
5. (a) Pour $x \in \mathbb{R}$ $f(x) = 0 \Leftrightarrow 3(x-2)(x+5) = 0 \Leftrightarrow x - 2 = 0 \text{ou} x + 5 = 0 \Leftrightarrow x = 2 \text{ou} x = -5$.
   $S = \{-5; 2\}$.

   (b) Pour $x \in \mathbb{R}$ $f(x) = -\frac{147}{4} \Leftrightarrow 3\left(x + \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{147}{4} = -\frac{147}{4} \Leftrightarrow 3\left(x + \frac{3}{2}\right)^2 = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{3}{2}$.
   $S = \left\{-\frac{3}{2}\right\}$.

   (c) On doit résoudre $f(x) = -30$.
   Pour $x \in \mathbb{R}$ $f(x) = -30 \Leftrightarrow 3x^2 + 9x - 30 = -30 \Leftrightarrow 3x^2 + 9x = 0 \Leftrightarrow 3x(x+3) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \text{ou} x = -3$.
   Les antécédents de -30 par f sont -3 et 0.

6. .

x	$-\infty$		-5		2		$+\infty$
3		$+$		$+$		$+$	
$x - 2$		$-$		$-$	0	$+$	
$x + 5$		$-$	0	$+$		$+$	
$f(x)$		$+$		$-$	0	$+$	

Exercice 3.4 (♦)

1. $D_f = [-12; 8]$.

2. f est croissante sur $[-12; -5]$ et sur $[2; 20]$; décroissante sur $[-5; 2]$.

3. L'image de 2 par f est -5.
   L'image de 0 par f est -4.

4. Le maximum de f sur son domaine de définition est 8. Il est atteint pour $x = 20$.

5. Le minimum de f sur son domaine de définition est -5. Il est atteint pour $x = 2$.

6. Sur $[2; 20]$ f est strictement croissante. $3 < 10$, l'ordre est conservé donc $f(3) < f(10)$.

Exercice 3.5 (Fonctions de référence)

1. (♦) En vous appuyant sur les fonctions de références et en justifiant, répondre aux questions suivantes :
   (a) Pour $x \in \mathbb{R}$, $x^2 = 25 \Leftrightarrow x = 5 ou x = -5$. $S = \{-5; 5\}$.

   (b) Pour $x \in \mathbb{R}$, $x^3 = -27 \Leftrightarrow x = -3$. $S = \{-3\}$.

   (c) Pour $x \in \mathbb{R}^*$: $\dfrac{1}{x} = -\dfrac{2}{7} \Leftrightarrow x = -\dfrac{7}{2}$. $S = \left\{-\dfrac{7}{2}\right\}$.

   (d) Pour $x \in \mathbb{R}$, $x^2 \leqslant 12 \Leftrightarrow -\sqrt{12} \leqslant x \leqslant \sqrt{12}$. $S = [-\sqrt{12}; \sqrt{12}]$.

   (e) $\dfrac{1}{x} > 0 \Leftrightarrow x > 0$. $S = \mathbb{R}_+$.

2. VRAI ou FAUX :
   (a) VRAI

   (b) VRAI

   (c) FAUX

3. Comparer les nombres suivants sans utiliser la calculatrice ni calculer leur valeur :
   (a) $(-7)^2 > (-5)^2$.

   (b) $\dfrac{1}{9} > \dfrac{1}{13}$.

   (c) $\sqrt{\dfrac{17}{5}} > \sqrt{\dfrac{4}{5}}$.

   (d) $14{,}324^3 > (-14{,}324)^3$.

   (e) $\dfrac{1}{\sqrt{2}} > \dfrac{1}{\sqrt{3}}$.

Exercice 3.6

1. La fonction suivante convient :

```python
def natureFonctionAffine(a,b):
    if a == 0:
        return "La fonction est constante"
    elif b == 0:
        return "La fonction est linéaire"
    else:
        return "La fonction n'est ni linéaire, ni constante".
```

2. (a) f_1 est une fonction linéaire, donc il existe un réel $a \in \mathbb{R}$ tel que $f_1(x) = ax$ pour tout $x \in \mathbb{R}$.
En particulier, pour $x = 5$, on a : $f_1(5) = 2 \Leftrightarrow 5a = 2 \Leftrightarrow a = \dfrac{2}{5}$.
Ainsi, $f_1(x) = \dfrac{2}{5}x$ pour tout $x \in \mathbb{R}$.

(b) f_2 est une fonction constante, donc il existe un réel $b \in \mathbb{R}$ tel que $f_2(x) = b$ pour tout $x \in \mathbb{R}$.
En particulier, pour $x = -2$, on a : $f_2(-2) = 7 \Leftrightarrow b = 7$.
Ainsi, $f_2(x) = 7$ pour tout $x \in \mathbb{R}$.

(c) f_3 est une fonction affine, donc il existe deux réels $a,b \in \mathbb{R}$ tels que $f_3(x) = ax + b$ pour tout $x \in \mathbb{R}$.
En particulier, pour $x = -1$ et $x = 6$, on a :

$$\begin{cases} f_3(-1) = 5 \\ f_3(6) = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -a + b = 5 \\ 6a + b = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 5 + a \\ 7a + 5 = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\dfrac{8}{7} \\ b = 5 - \dfrac{8}{7} = \dfrac{27}{7} \end{cases}$$

Ainsi, $f_3(x) = -\dfrac{8}{7}x + \dfrac{27}{7}$ pour tout $x \in \mathbb{R}$.

(d) f_4 est une fonction affine, donc il existe deux réels $a,b \in \mathbb{R}$ tels que $f_4(x) = ax + b$ pour tout $x \in \mathbb{R}$.
En particulier, pour $x = 5$ et $x = 9$, on a :

$$\begin{cases} f_4(5) = 12 \\ f_4(9) = 14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5a + b = 12 \\ 9a + b = 14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 12 - 5a \\ 4a + 12 = 14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \dfrac{1}{2} \\ b = 12 - \dfrac{5}{2} = \dfrac{19}{2} \end{cases}$$

Ainsi, $f_4(x) = \dfrac{1}{2}x + \dfrac{19}{2}$ pour tout $x \in \mathbb{R}$.

3. ⋆ Fonction f_1 :

- Tableau de signes :

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f_1(x)$		$-$	0	$+$	

- Tableau de variations :

x	$-\infty$	$+\infty$
$f_1(x)$	$\nearrow$	

⋆ Fonction f_2 :

- Tableau de signes :

x	$-\infty$		$+\infty$
$f_2(x)$		$+$	

- Tableau de variations :

x	$-\infty$	$+\infty$
$f_2(x)$	$\rightarrow$	

⋆ Fonction f_3 :

- Tableau de signes :

x	$-\infty$		$27/8$		$+\infty$
$f_3(x)$		$+$	0	$-$	

- Tableau de variations :

x	$-\infty$	$+\infty$
$f_3(x)$	↘	

⋆ Fonction f_4 :

- Tableau de signes :

x	$-\infty$		-19		$+\infty$
$f_4(x)$		$-$	0	$+$	

- Tableau de variations :

x	$-\infty$	$+\infty$
$f_4(x)$	↗	

4. La fonction suivante convient :

```
def estAffineCroissante(x1,y1,x2,y2):
    if x1 < x2:
        if y1 <= y2 :
            return True
        else:
            return False
    else:
        if y1 < y2:
            return False
        else :
            return True
```

4 Géométrie

Exercice 4.1

1. $x_K = \dfrac{x_A + x_C}{2} = \dfrac{1+3}{2} = 2$
   $y_K = \dfrac{y_A + y_C}{2} = \dfrac{1+1}{2} = 1$
   $K(2;1)$
2. $x_K = \dfrac{x_B + x_D}{2}$ donc $x_D = 2x_K - x_B = 2 \times 2 -) = 2$ et $y_D = 2y_K - y_B = 2 \times 1 -) = -3$
   $D(2;-3)$
3. K est le milieu de $[AC]$ eet de $[BD]$ donc $ABCD$ est un quadrilatère dont les diagonales se coupent en leur milieu K donc $ABCD$ est un parallélogramme.
4. $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = \sqrt{(2-1)^2 + (5-1)^2} = \sqrt{1+16} = \sqrt{17}$
   $CB = \sqrt{(x_B - x_C)^2 + (y_B - y_C)^2} = \sqrt{(2-3)^2 + (5-1)^2} = \sqrt{1+16} = \sqrt{17}$
5. $ABCD$ est un parallélogramme dont deux cotés consécutifs sont égaux donc c'est un losange.

Exercice 4.2

1. K est le projeté orthogonal de B sur $[AC]$ donc le triangle ABK est rectangle en K
   On a donc : $BK = AB \times \sin \widehat{CAB}$
   $BK = 4 \times \sin(60)$
   $BK = 4 \times \dfrac{\sqrt{3}}{2}$
   $BK = 2\sqrt{3}$
2. Le triangle KBC est rectangle en B donc $\cos \widehat{KBC} = \dfrac{KB}{BC}$
   $\cos \widehat{KBC} = \dfrac{2\sqrt{3}}{6}$
   $\widehat{KBC} \approx 55°$
3. $\widehat{ABK} = 90 - 60 = 30$ car ABK est un triangle rectangle
   $\widehat{ABC} = \widehat{ABK} + \widehat{KBC} = 30 + 55 = 85 \neq 90$ le triangle ABC n'est donc pas rectangle.

Exercice 4.3

1. $D : 2x - y + 6 = 0$
   $D : y = 2x + 6$
   $D' : -6x + 4y = -1$
   $D' : y = \dfrac{3}{2}x - \dfrac{1}{4}$
2. $D : a = 2\ b = 6$
   $D' : a = \dfrac{3}{2}\ b = -\dfrac{1}{4}$

Exercice 4.4

— $D_1 : y = -x - 1$

— $D_2 : x = 3$

— $D_3 : y = 2x + 3$

— $D_4 : y = -4$

— $D_5 : y = \dfrac{2}{3}x - 2$

— $D_6 : y = -\dfrac{1}{2}x + 4$

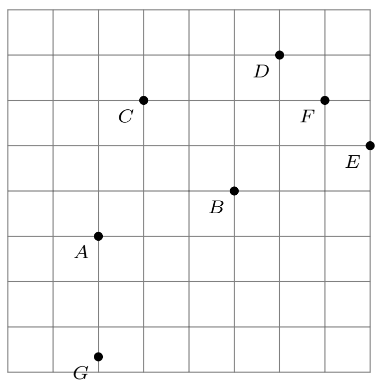
Exercice 4.5

1. $a = \dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \dfrac{0-2}{3-(-1)} = -2$ donc $y = -2x + b$
   $B(3;0) \in (AB)$ d'où $0 = -2 \times 3 + b$ donc $b = 6$
   $(AB) : y = -2x + 6$
2. D est parallèle à (AB) donc le coefficient directeur des deux droites est le même. $D : y = -2x + b'$
   De plus $C \in D$ donc $3 = -2 + b'$ d'où $b = 5$
   $D : y = -2x + 5$
3. $-2 \times 2 + 5 = -1 \neq 2$ donc $D \notin D$
4. Deux droites sont orthogonales si le produit de leurs coefficients directeurs vaut -1.
   $a' \times a'' = -1$ donc $a'' = \dfrac{1}{2}$
   $D' : y = \dfrac{1}{2}x + b''$ et $D \in D'$ donc $\dfrac{1}{2} \times 2 + b$ donc $b'' = 1$
   $D' : y = \dfrac{1}{2}x + 1$

Exercice 4.6

1. $\begin{cases} 3x + 4y = 9 \\ 5x + 6y = 14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9x + 12y = 27 \\ 10x + 12y = 28 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9x + 12y = 27 \\ x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = \dfrac{3}{2} \end{cases}$ $S = (1; \dfrac{3}{2})$
2. $\begin{cases} x + 2y = 6 \\ x - 2y = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = 4 \\ x - 2y = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x - 2y = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 2 \end{cases}$ $S = (2; 2)$
3. $\begin{cases} 4x + 3y = 6 \\ 12x + 9y = 15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 12x + 9y = 18 \\ 12x + 9y = 15 \end{cases}$ Ce système n'a pas de solution.
4. $\begin{cases} 2x - 4y = -2 \\ 3x + 5y = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x - 12y = -6 \\ 6x + 10y = 16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x + 10y = 16 \\ 22y = 22 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x + 10y = 16 \\ y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}$ $S = (1; 1)$

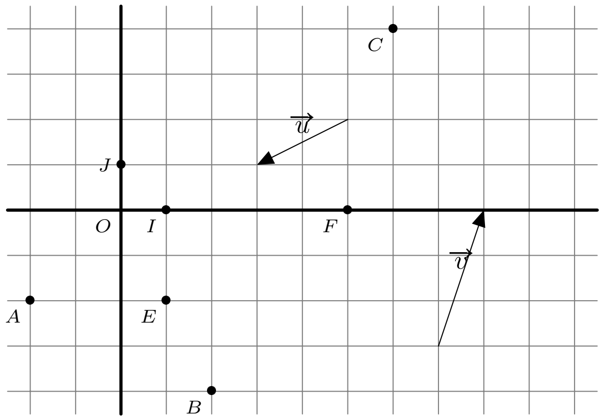
Exercice 4.7



$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ donc $ABDC$ est un parallélogramme.

Exercice 4.8 $\vec{u} = 4\overrightarrow{BA} - 6\overrightarrow{AC}$
$\vec{u} = -4\overrightarrow{AB} - 6\overrightarrow{AC}$
$\vec{v} = -5\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{CB}$
$\vec{v} = -5\overrightarrow{AB} + 3(\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB})$
$\vec{v} = -2\overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{AC}$
$\vec{u} = 2\vec{v}$ donc $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires.

Exercice 4.9 On se place dans un repère orthonormal $(O; I; J)$



1. $\overrightarrow{u}(-2; -1)$; $\overrightarrow{v}(1; 3)$

2. $\overrightarrow{AB}(x_B - x_A; y_B - y_A)$ $\overrightarrow{AB} = (4; -2)$

3.

4. $\overrightarrow{u} + \overrightarrow{v} = (x_u + x_v; y_u + y_v) = (-1; 2)$.

5. $\overrightarrow{BE} = \overrightarrow{u} + \overrightarrow{v} = (-1; 2)$
$(x_E - x_B; y_E - y_B) = (x_E - 2; y_E + 4) = (-1; 2)$ d'où $x_E - 2 = -1$ et $y_E + 4 = 2$ on a donc $E(1; -2)$

Exercice 4.10

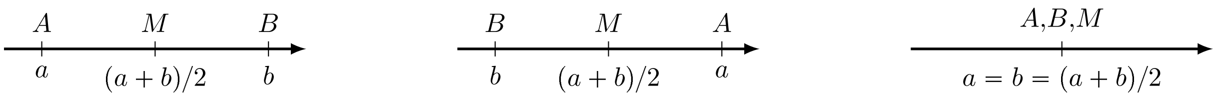
1. $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}1-(-1)\\1-3\end{pmatrix}$ soit $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}2\\-2\end{pmatrix}$ $\quad$ $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}4-(-1)\\3-3\end{pmatrix}$ soit $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}5\\0\end{pmatrix}$ $\quad$ $\overrightarrow{AD}\begin{pmatrix}3-(-1)\\4-3\end{pmatrix}$ soit $\overrightarrow{AD}\begin{pmatrix}4\\1\end{pmatrix}$
2. $\overrightarrow{AE} = 3\overrightarrow{AD} \Leftrightarrow \begin{pmatrix}x_E - x_A\\y_E - y_A\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}3\times 4\\3\times 1\end{pmatrix} \Leftrightarrow x_E = 12 + (-1)$ et $y_E = 3 + 3$. Le point E a pour coordonnées $(11\ ;\ 6)$
$$C \text{ milieu de } [BF] \Leftrightarrow \begin{cases} x_C = \dfrac{x_B + x_F}{2} \\ y_C = \dfrac{y_B + y_F}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2\times 4 = 1 + x_F \\ 2\times 3 = 1 + y_F \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_F = 7 \\ y_F = 5 \end{cases}$$
Le point F a pour coordonnées $(7; 5)$
$\overrightarrow{AG} = \dfrac{3}{2}\overrightarrow{AD} \Leftrightarrow \begin{pmatrix}x_G - x_A\\y_G - y_A)\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\dfrac{3}{2}\times 4\\\dfrac{3}{2}\times 1\end{pmatrix} \Leftrightarrow x_G = 6 + (-1)$ et $y_E = \dfrac{3}{2} + 3$. Le point G a pour coordonnées $(5\ ;\ 4{,}5)$
3. $\overrightarrow{EF}\begin{pmatrix}-4\\-1\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{FG}\begin{pmatrix}-2\\-0{,}5\end{pmatrix}$
4. On a $\overrightarrow{EF} = 2\overrightarrow{FG}$ donc $\overrightarrow{EF}$ et $\overrightarrow{FG}$ sont colinéaires. Les points E F et G sont donc alignés.

Exercice 4.11

1. (a) La fonction s'appelle `moyenne` et elle a deux paramètres (`a` et `b`).

   (b) L'instruction `moyenne(3,2)` renvoie `2.5` et l'instruction `moyenne(-1,1)` renvoie `0`.

   (c) Le point M est le milieu du segment $[AB]$. On a les graphiques suivants :



Cas $a < b$ — Cas $b < a$ — Cas $a = b$

2. (a) i. Le point M a pour coordonnées $\left(\dfrac{x_A + x_B}{2}; \dfrac{y_A + y_B}{2}\right) = (2{,}5; 0)$.

   ii. D'après la question 1.(b), on a x_M = `moyenne(3,2)` et y_M = `moyenne(-1,1)`.

   (b) La fonction suivante convient :

```
fonction milieu(xA,yA,xB,yB)
    xM = moyenne(xA, xB)
    yM = moyenne(yA, yB)
    renvoyer xM, yM
fin fonction
```

3. (a) On a la caractérisation suivante : « un quadrilatère est un parallélogramme si et seulement si ses diagonales se coupent en leur milieu ».

   (b) La fonction suivante convient :

```
fonction estParallélogramme(xA,yA,xB,yB,xC,yC,xD,yD)
    milieuAC = milieu(xA, yA, xC , yC)
    milieuBD = milieu(xB, yB, xD , yD)
    si milieuAC = milieuBD alors
        renvoyer Vrai
    sinon
        renvoyer Faux
    fin si
fin fonction
```

   (c) On a l'implémentation suivante :

```python
def estParallélogramme(xA,yA,xB,yB,xC,yC,xD,yD):
    milieuAC = milieu(xA, yA, xC , yC)
    milieuBD = milieu(xB, yB, xD , yD)
    if milieuAC == milieuBD:
        return True
    else:
        return False
```

5 Statistiques

Exercice 5.1 (♦)

1. La médiane affirme que la moitié des élèves ont une note inférieure à 12. De plus, la moyenne des élèves est de 11. On ne peut donc pas savoir si la moitié des élèves ont une note inférieure à 11.
2. L'affirmation est vraie puisque la note maximale est 15.
3. L'affirmation est vraie puisque l'intervalle interquartile $[Q_1; Q_3] = [9; 13]$ contient la moitié des effectifs.
4. L'affirmation est fausse puisque l'étendue est la différence $15 - 4 = 11$ entre la note maximale et la note minimale.

Exercice 5.2 (♦)

1. La population est l'ensemble des 40 personnes d'une entreprise et le caractère est le salaire mensuel.
2. On a le tableau suivant :

Salaires mensuels en euros	1 000	1 200	1 300	2 500	5 000
Effectifs	11	10	14	4	1
Fréquence en %	27,5	25	35	10	2,5
F. C. C. en %	27,5	52,5	87,5	97,5	100

3. ⋆ Le salaire moyen est de :

$$\frac{1000 \times 11 + 1200 \times 10 + 1300 \times 14 + 2500 \times 4 + 5000 \times 1}{40} = 1\,405 \text{ euros.}$$

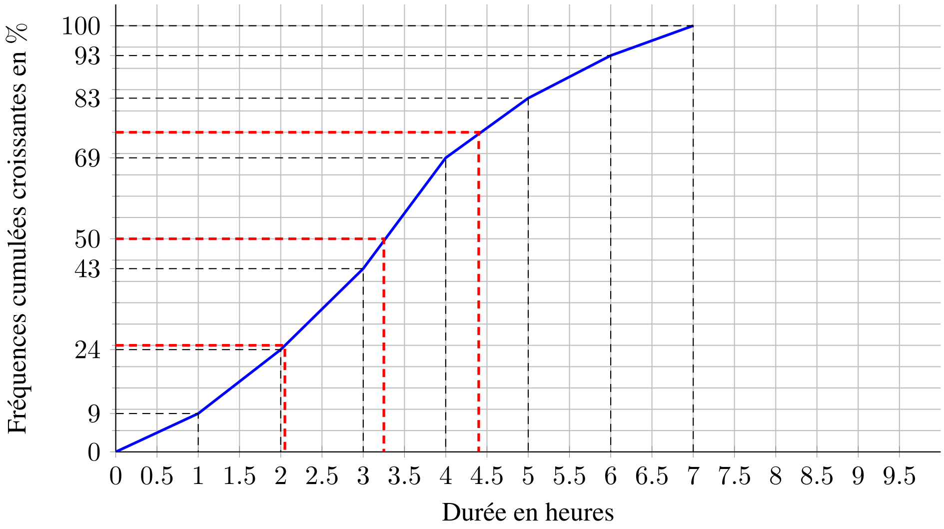
   ⋆ Le salaire médian est le salaire correspond à une fréquence cumulée croissante de 50%. Il est donc de 1 200 euros.

   Le salaire moyen est nettement supérieur au salaire médian. Ceci est dû au fait que les hauts salaires sont très haut par rapport aux bas salaires ce qui lisse vers le haut la moyenne.
4. ⋆ Le premier quartile Q_1 est le salaire correspondant à une fréquence cumulée croissante de 25%. Il est donc de 1 000 euros.
   ⋆ Le troisième quartile Q_3 est le salaire correspondant à une fréquence cumulée croissante de 75%. Il est donc de 1 300 euros. Ceci signifie en particulier que les trois-quarts des employés de l'entreprise ont un salaire inférieur ou égal à 1 300 euros.
   ⋆ L'écart interquartile est la différence $Q_3 - Q1$. Il est donc de 300 euros.
5. Le pourcentage des salaires strictement inférieurs à 2 500 euros correspond à la fréquence cumulée croissante obtenue pour 1 300. Il est donc de $87{,}5\%$.
6. Le pourcentage des salaires compris entre 1 200 et 2 500 euros correspond à la différence des fréquences cumulées croissantes obtenues pour 2 500 et 1 000. Il est donc de 70%.
7. Comme on peut le voir à la question 4, le salaire moyen est nettement supérieur à Q_3. Ce n'est donc pas un indicateur pertinent car plus de 75% des employés ont en fait un salaire inférieur au salaire moyen.

Exercice 5.3 (♦)

1. Le pourcentage des familles qui passent entre 4 et 5 heures par jour sur les réseaux sociaux correspond à la différence entre les fréquences cumulées croissantes obtenues pour 5 et 4, soit $83 - 69 = 14\%$.
2. ⋆ La médiane M_e est la durée correspond à une fréquence cumulée croissante de 50%.
   ⋆ Le premier quartile Q_1 est la durée correspond à une fréquence cumulée croissante de 25%.
   ⋆ Le troisième quartile Q_3 est la durée correspond à une fréquence cumulée croissante de 75%.

   On a le graphique suivant :



   On en déduit que : $M_e = 3{,}25$, $Q_1 = 2{,}05$ et $Q_3 = 4{,}4$.
3. On a le tableau suivant :

Temps passé sur les réseaux sociaux	$[0;1[$	$[1;2[$	$[2;3[$	$[3;4[$	$[4;5[$	$[5;6[$	$[6;7[$
F. C. C. (en %)	9	24	43	69	83	93	100
Fréquence en %	9	15	19	26	17	10	7

4. Cette affirmation est vraie. En effet, ce pourcentage correspond à la fréquence cumulée croissante obtenue pour l'intervalle $[4;5[$.
5. Ce pourcentage correspond à la fréquence cumulée croissante obtenue pour l'intervalle $[1;2[$. Il est donc de 24%.

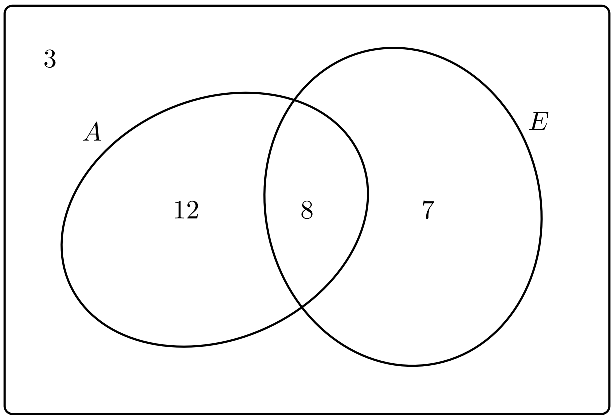
6 Probabilités et échantillonnage

Exercice 6.1 (♦)

1. Vrai. Par exemple, lorsque l'on lance un dé équilibré à six faces, la probabilité d'obtenir 6 est $\dfrac{1}{6}$ qui est un nombre rationnel.
2. Vrai. On a en effet : $p(A) + p(\overline{A}) = p(A) + 1 - p(A) = 1$.
3. Faux. Par exemple, on lance un dé équilibré à six faces et on considère les événements A : « obtenir un nombre pair » et B : « obtenir un nombre supérieur ou égal à 4 ». On a $A = \{2; 4; 6\}$ et $B = \{4; 5; 6\}$. Comme on est en situation d'équiprobabilité, on a $p(A) = p(B) = 0{,}5$ et donc $p[A) + p(B) = 1$. Mais, A et B ne sont pas incompatible car $A \cap B = \{4; 6\}$.
4. Faux. La fréquence observée sera vraisemblablement proche de la fréquence théorique $\dfrac{1}{6}$ d'apparition du 6, mais il est peu probable qu'elle lui suit égale.
5. Faux. En effet, une probabilité est comprise entre 0 et 1 et $\sqrt{2} > 1$.
6. Vrai. On a $p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$ et donc toujours $p(A \cap B) = p(A) + p(B) - p(A \cup B)$.

Exercice 6.2 (♦)

1. On a le diagramme suivant :



2. L'événement $A \cap E$ représente l'ensemble des élèves étudiant les deux langues.
   D'après le diagramme, on a : $p(A \cap E) = \dfrac{8}{30} = \dfrac{4}{15}$.
3. L'événement $A \cup E$ représente l'ensemble des élèves étudiant au moins un langue.
   D'après une formule du cours et le diagramme, on a : $p(A \cup E) = p(A) + p(E) - p(A \cap E) = \dfrac{20}{30} + \dfrac{15}{30} - \dfrac{8}{30} = \dfrac{27}{30} = \dfrac{9}{10}$.
4. On a $B = \overline{A} \cap \overline{E} = \overline{A \cup E}$ et donc $p(B) = 1 - p(A \cup E) = \dfrac{1}{10}$.
5. L'événement $\overline{A}$ est l'événement « l'élève n'étudie pas l'anglais ».
   On a : $p(\overline{A}) = 1 - p(A) = \dfrac{10}{30} = \dfrac{1}{3}$

Exercice 6.3 (♦)

1. On a directement : $p(\overline{A}) = 1 - p(A) = \dfrac{1}{2}$.
   On en déduit que la probabilité d'obtenir 1, 2, 3, 4 ou 5 est de $\dfrac{1}{2}$.
2. D'après l'énoncé, on a $5p(B) = \frac{1}{2}$ et donc $p(B) = \dfrac{1}{10}$. On en déduit la loi de probabilité suivante :

Face	1	2	3	4	5	6
Probabilité	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,5

3. On a $C = \{2; 4; 6\}$ et donc $p(C) = p(2) + p(4) + p(6) = 0{,}7$.
   La probabilité d'obtenir un nombre impair est donc $p(\overline{C}) = 1 - p(C) = 0{,}3$.

Exercice 6.4 (♦)

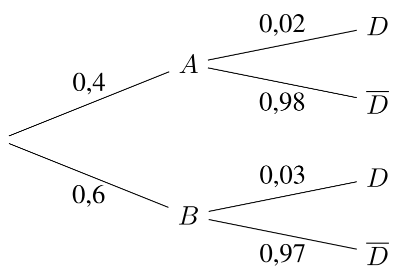
1. On a le tableau suivant :

	Paiement par carte bancaire	Paiement par chèque	Paiement en espèces	TOTAL
Montants inférieurs à 10 euros	25	0	60	85
Montants supérieurs ou égaux à 10 euros	50	50	15	115
TOTAL	75	50	75	200

2. L'univers est l'ensemble des 200 tickets et on est en situation d'équiprobabilité.
   (a) ⋆ Il y a 85 tickets sur 200 dont le montant est inférieur à 10 euros, donc $p(A) = \dfrac{85}{200} = 0{,}425$.
   ⋆ Il y a 75 tickets sur 200 dont le paiement a été fait par carte bancaire, donc $p(B) = \dfrac{75}{200} = 0{,}375$.
   (b) ⋆ L'événement $A \cap B$ est l'événement « le montant de l'achat est inférieur à 10 euros et son paiement a été fait par carte bancaire ». Il y a 25 tickets sur 200 qui réalise cet événement, donc $p(A \cap B) = \dfrac{25}{200} = 0{,}125$.
   ⋆ L'événement $A \cup B$ est l'événement « le montant de l'achat est inférieur à 10 euros ou le paiement a été fait par carte bancaire ». Par une formule du cours, on a $p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B) = 0{,}675$.
   (c) L'événement $\overline{C}$ est l'événement « le paiement n'a pas été fait en espèce ». Il y a 125 tickets sur 200 qui réalise cet événement, donc $p(\overline{C}) = \dfrac{125}{200} = 0{,}625$.
3. L'univers est l'ensemble des 75 tickets correspondant au paiement par carte bancaire et on est toujours en situation d'équiprobabilité. Il y a 50 tickets sur 75 réalisant l'événement voulu, donc la probabilité cherchée est $\dfrac{50}{75} = \dfrac{2}{3}$.

Exercice 6.5 (♦) L'univers est l'ensemble des 1500 pièces et on est en situation d'équiprobabilité.

1. Il y a 600 pièces sur 1500 qui réalisent l'événement A et 900 pièces sur 1500 qui réalisent l'événément B.
   On a donc $p(A) = \dfrac{600}{1500} = 0{,}4$ et $p(B) = \dfrac{900}{1500} = 0{,}6$.
2. On a l'arbre de probabilités suivant :



3. ⋆ L'événement $A \cap D$ est l'événement « le composant est produit par l'unité A et présente un défaut de soudure ».
   ⋆ L'événement $B \cap D$ est l'événement « le composant est produit par l'unité B et présente un défaut de soudure ».
4. A l'aide de l'arbre de probabilités, on a directement :
   (a) $p(A \cap D) = 0{,}4 \times 0{,}02 = 0{,}008$ et $p(B \cap D) = 0{,}6 \times 0{,}03 = 0{,}018$.
   (b) $p(D) = p(A \cap D) + p(B \cap D) = 0{,}026$.
   (c) $p(\overline{D}) = 1 - p(D) = 0{,}974$.

Exercice 6.6

1. (a) On a le tableau suivant :

Valeur de `choixAléatoire`	`0.35`	`0.5`	`0.128`	`0.677`	`0.813`
Valeur renvoyée par la fonction	`1`	`0`	`1`	`0`	`0`
Valeur de `choixAléatoire`	`0.03`	`0.12`	`0.501`	`0.49999`	`0.051`
Valeur renvoyée par la fonction	`1`	`1`	`0`	`1`	`1`

   (b) L'instruction `Bernoulli(0.5)` permet de modéliser le lancer d'une pièce équilibrée en renvoyant `1` si l'on obtient Pile et `0` si l'on obtient Face.

2. (a) L'univers est l'ensemble des 20 boules de l'urne et on est en situation d'équiprobabilité.
   Il y a 8 boules rouges parmi les 20 boules donc la probabilité cherchée est $\dfrac{8}{20} = 0{,}4$.

   (b) Il faut saisir l'instruction `Bernoulli(0.4)`.

3. La fonction suivante convient :

```python
def nombreBoulesRouges():
    nbRouge = 0
    for i in range(100):
        if Bernoulli(0.4) == 1:
            nbRouge = nbRouge + 1
    return nbRouge
```