Livret d’entraînement pour la Première

Sommaire

Ce livret est mis à votre disposition par l’équipe de Mathématiques du lycée des Pierres Vives. Il s’adresse :

- aux élèves qui s’apprêtent à entrer en classe de première générale avec la spécialité Mathématiques (tous les exercices) ;
- aux élèves qui s’apprêtent à entrer en classe de première générale avec les Mathématiques dans le tronc commun ou aux élèves qui s’apprêtent à entrer en classe de première technologique STI2D (exercices repérés avec un losange ◆ seulement).

Conseils et remarques :

- Il est important pour les élèves accédant à ce niveau de bien connaître les bases de seconde afin de ne pas prendre de retard dès la rentrée.
- Nous vous conseillons de revoir vos leçons avant de faire les exercices proposés.
- Ne pas traiter tous les exercices d’un coup mais étaler les révisions sur les 15 derniers jours d’août.
- Il est conseillé de ne pas faire le livret dans l’ordre pour travailler chaque thème plusieurs fois.
- Les exercices ne sont pas classés par ordre de difficulté.
- Ce livret ne constitue qu’un échantillon d’exercices, vous pouvez en faire d’autres pour approfondir les thèmes abordés.
- Il est possible que le livret contienne des coquilles. N’hésitez pas à le signaler.
- Un corrigé sera disponible fin août sur le site du lycée.

1 Calculs algébriques

Exercice 1.1 (♦) Développer puis simplifier les expressions suivantes :

1. $A(x) = (x+3)(5-3x)$
2. $B(x) = \left(\frac{1}{3} - 5x\right)^2$
3. $C(x) = (3-2x)(3+2x)$

Exercice 1.2 (♦) Factoriser au maximum les expressions suivantes :

1. $A(x) = \sqrt{2}x^2 + x$
2. $B(x) = 3x^3 - 6x^2 + 9x$
3. $C(x) = 5(x-7)^2 + (2x+3)(x-7)$
4. $D(x) = (x-1)(2x-1) - (x+3)(1-2x)$
5. $E(x) = x^2 - 9$
6. $F(x) = x^2 - 4x + 4$
7. $G(x) = (x-5)^2 - (3x+2)^2$
8. $H(x) = (x-1)(x+5)^2 + (x^2-1)(x+5)$

Exercice 1.3 (♦) Ecrire sous la forme d'un seul quotient puis simplifier au maximum les expressions :

1. $A(x) = \frac{x-3}{x} - \frac{4-x}{x+1}$
2. $B(x) = \frac{3x-1}{x-2} - \frac{x-2}{x+2}$
3. $C(x) = \frac{10-2x}{4x-2} - \frac{4}{2x-1}$

Exercice 1.4 (♦) Simplifier au maximum les expressions suivantes :

1. $A = \frac{10^4 \times 7^{-1}}{2^7 \times 7^{-3} \times 5^7}$
2. $B = \left(\frac{3^{-9} \times (10^{-3})^{-2}}{2^{-1} \times 10^5 \times 3^{-10}}\right)^2$
3. $C = \frac{2{,}5^5 \times 3^{-2} \times 4^5 \times 18^3}{5^8 \times 3^{-4} \times 9^3 \times 2^8}$

Exercice 1.5 Ecrire sous la forme $a + b\sqrt{c}$, où a et b sont des entiers relatifs et c un entier naturel, le plus petit possible :

$A = 3\sqrt{20} - 6\sqrt{45} - 5\sqrt{80} + 2\sqrt{5}$ $\quad B = 3\sqrt{12} - 5\sqrt{48} + 2\sqrt{75}$ $\quad C = (3-\sqrt{3})^2 - (7+2\sqrt{3})^2$

Exercice 1.6 Résoudre les équations suivantes après avoir donné leur domaine de définition :

1. (♦) $\frac{3}{4}x - \frac{5}{2} = 4$
2. (♦) $(3x+2)(-1-2x) = 0$
3. $(4x-2)(5x-1)(x^2+1) = 0$
4. (♦) $x^2 + 5x = 0$
5. $\frac{-3}{5}(x-3)^2 = 0$
6. (♦) $(2x-3)^2 - (x+5)^2 = 0$
7. $(x+2)(2x+3) = 4x^2 - 9$
8. $\frac{5x-2}{10x-2} = 0$
9. $\frac{3x-5}{x+1} = 3$

Exercice 1.7 Résoudre les inéquations suivantes après avoir donné leur domaine de définition :

1. (◆) $4(2x-3) < 3(x+4)-5$
2. (◆) $(7x-1)(-3-x) \leqslant 0$
3. $(4x-5)^2 - 9 > 0$
4. $(x-3)(4-3x)(-5-2x) \geqslant 0$
5. $(x-5)(2x+1) < (3x+1)(2x+1)$
6. (◆) $\dfrac{x-5}{2x+1} \geqslant 0$
7. $\dfrac{3+2x}{x-4} \leqslant 1$
8. $\dfrac{x-2x^2}{x+2} \leqslant 0$
9. $\dfrac{(x+1)^2}{x-3} \geqslant 2$

Exercice 1.8

1. Soit $\alpha = \dfrac{\sqrt{5}+1}{2}$. Montrer que $\alpha^2 = \alpha + 1$, puis que $\dfrac{1}{\alpha} = \dfrac{\sqrt{5}-1}{2}$
2. (◆) Montrer que, pour tout réel x : $-4x^2 + 12x - \dfrac{7}{2} = -4\left(x - \dfrac{3}{2}\right)^2 + \dfrac{11}{2}$.
3. Montrer que, pour tout réel t : $(t^2-3)^2 + 12t^2 = (t^2+3)^2$.
4. On pose $a = \dfrac{3+\sqrt{3}}{2}$. Montrer que $a^2 = 3a - \dfrac{3}{2}$.

Exercice 1.9 *Rappels sur la boucle TANT QUE (`while` en `Python`) et les conditions :*

Définition 1.10 Une *boucle conditionnelle* ou boucle TANT QUE permet de répéter une séquence d'instruction tant qu'une condition est vérifiée. Sa syntaxe est la suivante :

Algorithme
```
tant que condition vraie
   séquence d'instructions
fin tant que
```

Programme Python
```
while condition vraie:
   séquence d'instructions
```

Définition 1.11 (Condition) Une *condition* est un énoncé qui peut être *vrai ou faux*.

Exemple 1.12 Le test $5 < 12$ est vrai. Si `x` et `y` sont deux variables numériques, la condition `x < y` peut être vraie ou fausse selon les valeurs qu'elles contiennent.

Voici les principaux opérateurs de tests en `Python` et leur traduction pour construire des conditions :

`a==b`	`a` est-il égal à `b` ?	`a<b`	`a` est-il strictement inférieur à `b` ?	`a<=b`	`a` est-il inférieur ou égal à `b` ?
`a!=b`	`a` est-il différent de `b` ?	`a>b`	`a` est-il strictement supérieur à `b`	`a>=b`	`a` est-il supérieur ou égal à `b` ?

Attention à ne pas confondre == pour les tests d'égalité avec = pour les affectations

Pour ses 15 ans Léa a reçu 150 € de la part de sa grand-mère qu'elle met dans sa tirelire. De plus ses parents lui donne 15€ d'argent de poche tous les mois. Elle décide d'économiser la totalité de son argent de poche afin de s'offrir la guitare électrique de ses rêves valant 569 €.

1. Compléter la fonction `Python` suivante qui renvoie le nombre de mois que doit attendre Léa avant de pouvoir s'acheter la guitare.

```
def guitare():
    nbmois = 0
    tirelire = 150
    while ........................ :
        tirelire = ........................
        n = ...........
    return n
```

2. Combien restera-t-il dans la tirelire de Léa après son achat ? Justifier la réponse (on pourra modifier la fonction précédente ou utiliser un raisonnement algébrique).

2 Pourcentages et évolutions

Exercice 2.1 (♦) Les questions suivantes sont indépendantes.

1. Un chef d'entreprise augmente de 100 euros le salaire de tous ses employés. Calculer le pourcentage d'augmentation de salaire correspondant à ces 100 euros pour chacun des salaires initiaux suivants : 1600 euros et 2500 euros.
2. Jules reçoit 40 euros d'argent de poche par mois. En 2021, il a dépensé 180 euros en jeux vidéos. Calculer, en pourcentage, la part de cette dépense dans son budget annuel.
3. Dans une ville de 20 050 habitants, 8% des habitants sont des séniors. Combien y-a-t-il de séniors ?
4. Dans un pot de yaourt, on a relevé 18 grammes de lipides. Il est écrit que le pot contient 3,6% de matière grasse. Quelle est la masse du yaourt dans le pot ?
5. Dans un train, 40% des passagers sont des hommes et 55% des hommes sont âgés de plus de 60 ans. Quel est le pourcentage des hommes de plus de 60 ans dans ce train ?
6. Quel est le prix d'un article quand 16% de celui-ci représente 175 euros ?
7. Un smartphone a une capacité de stockage de 64 GO. Le système d'exploitation occupe 6 GO et les applications installées occupent 40% de l'espace total. Quel est le pourcentage de la mémoire encore libre ?

Exercice 2.2 (♦) Pour chacun des coefficients ci-dessous, indiquer s'il correspond à une augmentation ou à une baisse et donner le pourcentage de variation correspondant.

1,5	0,5	1,001	0,875	1	0,1	2	1,25

Exercice 2.3 (♦) Donner le coefficient multiplicateur associé à :

1. Une augmentation de 0,3%.
2. Une augmentation de 23%.
3. Une diminution de 12%.
4. Une diminution de 0,25%

Exercice 2.4 (♦) Les questions suivantes sont indépendantes.

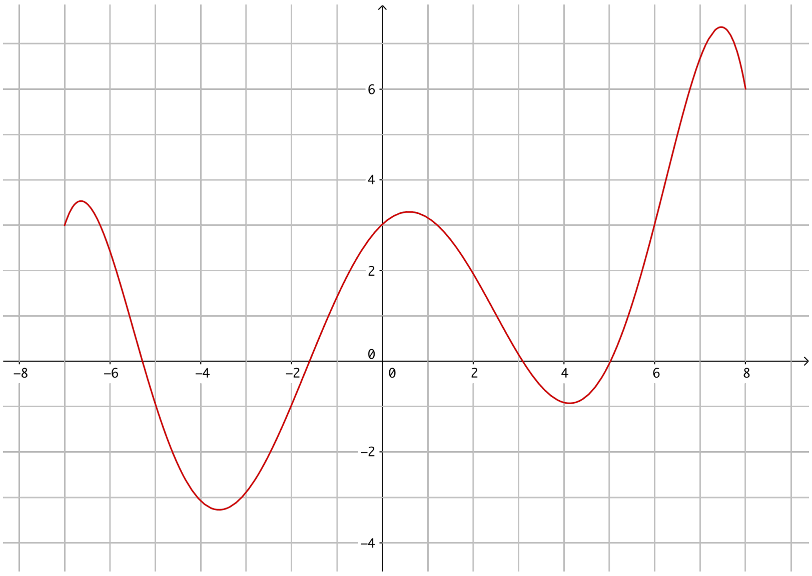
1. Un commerçant malhonnête augmente ses prix avant les soldes de 30% puis solde ses articles à 20%. Quel est le taux global d'évolution des prix ?
2. Quelle somme, arrondie au centime d'euros, dois-je placer aujourd'hui au taux annuel de 3% pour disposer d'un capital de 1 000 euros dans un an ?
3. Une société a augmenté son chiffre d'affaire de 13,2% au cours de l'année 2021 dont 7,5% au cours du premier semestre. Quel a été le taux d'augmentation (arrondi au millième) du chiffre d'affaire de la société au cours du second semestre.
4. Un ordinateur valait 1 100 euros au 1er janvier. ll coûte 1 298 euro le 1er avril et au 1er septembre, son prix augmente de 15 %.
   (a) Quel est le pourcentage d'évolution du prix de cet ordinateur entre 1er janvier et le 1er avril ?
   (b) Quel est le pourcentage d'augmentation du prix entre 1er janvier et le 1er septembre ?
   (c) Quel pourcentage de diminution faut-il appliquer au prix du 1er septembre pour retrouver le prix du 1er janvier ?

Exercice 2.5 (♦) Un bijou précieux est estimé à une valeur de 2 000€ en 2022. Chaque année son prix augmente de 4%.
Compléter le fonction `Python` suivante pour qu'elle renvoie le prix du bijou au bout de n années ($n \in \mathbb{N}$).

```
def prixBijou(n):
    prix = 2000
    for i in range(...........):
        prix = ...........
    return prix
```

3 Fonctions

Exercice 3.1 (♦) On considère la fonction f dont la courbe représentative est donnée sur le graphique suivant :



1. Quel est le domaine de définition de f ?
2. Quelle est l'image de 2 par f ?
3. Que vaut $f(5)$?
4. Combien le nombre 3 admet-il d'antécédents par f ?
5. Donner les solutions de l'équation $f(x) = -1$.
6. Dresser le tableau des variations de f.
7. Dresser le tableau de signes de f.

Exercice 3.2 (♦) On considère la fonction f définie par $f(x) = \dfrac{3x-1}{2x+4}$.

1. Donner le domaine de définition de f. Justifiez.
2. Calculer l'image de 1 par f.
3. Calculer $f(-3)$. Que représente 5 pour -3 ?
4. Déterminer les éventuels antécédents de 2 par f.
5. Résoudre $f(x) = -5$. En déduire les éventuels antécédents de -5 par f.
6. Etudier le signe de f sur son domaine de définition. En déduire les solutions de $f(x) < 0$.

Exercice 3.3 (♦) On considère la fonction f définie par $f(x) = 3(x-2)(x+5)$.

1. Donner le domaine de définition de f.
2. Quelle est l'image de -5 par f ? de 0 ?
3. Développer $f(x)$.
4. Vérifier que $f(x) = 3\left(x + \dfrac{3}{2}\right)^2 - \dfrac{147}{4}$.
5. (a) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $f(x) = 0$.
   (b) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $f(x) = -\dfrac{147}{4}$.
   (c) Donner les éventuels antécédents de -30 par f.
6. Déterminer le signe de f. On pourra résumer dans un tableau de signes.

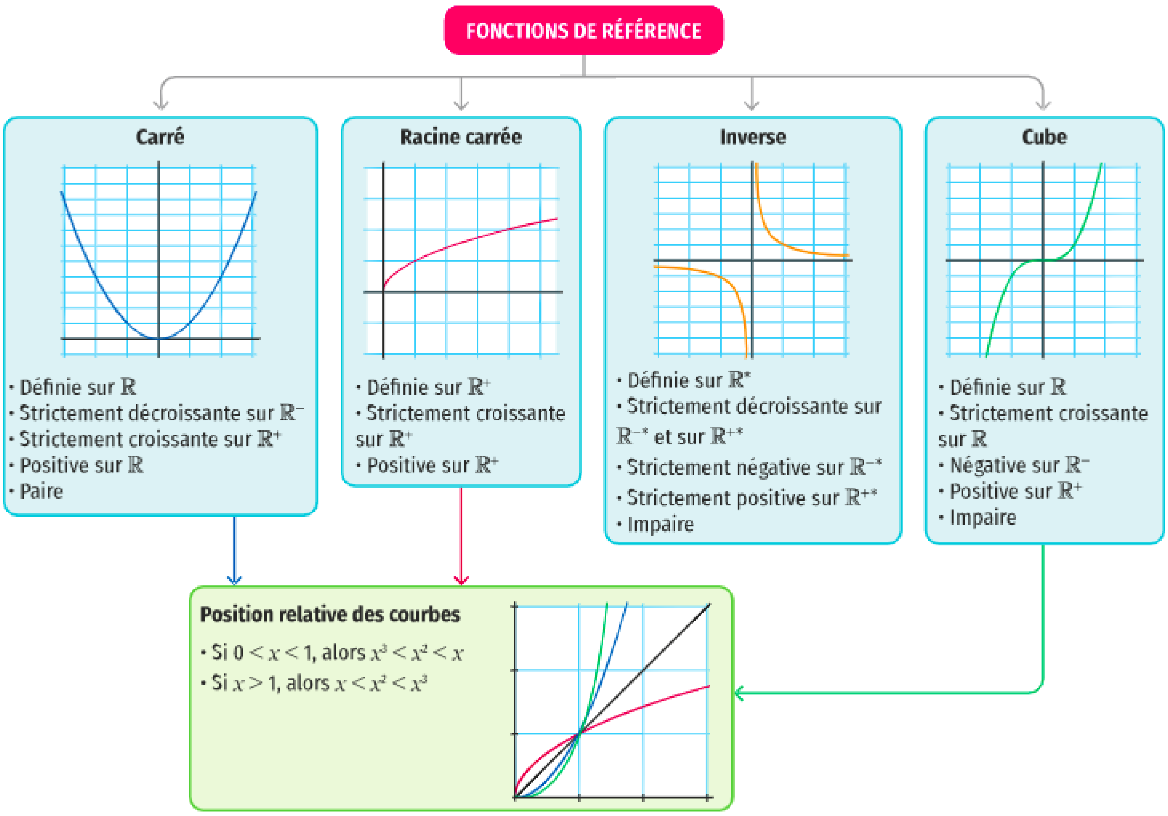
Exercice 3.4 (♦) On considère le tableau de variations de la fonction f :

x	-12		-5		0		2		20
$f(x)$	0	↗	2	↘	-4	↘	-5	↗	8

1. Quel est le domaine de définition de f ?
2. Décrire les variations de f.
3. Quelle est l'image de 2 par f ? de 0 ?
4. Quel est le maximum de f sur son domaine de définition ? Pour quelle valeur est-il atteint ?
5. Quel est le minimum de f sur son domaine de définition ? Pour quelle valeur est-il atteint ?
6. Comparer $f(3)$ et $f(10)$. Justifier votre réponse.

Exercice 3.5 (Fonctions de référence)

(♦) CONNAITRE PAR COEUR LE COURS SUIVANT (extrait du manuel Livre scolaire)



1. (♦) En vous appuyant sur les fonctions de références et en justifiant, répondre aux questions suivantes :

   (a) Résoudre $x^2 = 25$.

   (b) Résoudre $x^3 = -27$.

   (c) Résoudre $\dfrac{1}{x} = -\dfrac{2}{7}$.

   (d) Résoudre $x^2 \leqslant 12$.

   (e) Résoudre $\dfrac{1}{x} > 0$.

2. VRAI ou FAUX :

   (a) $-4^3 = (-4)^3$

   (b) Si $x > 15$ alors $\dfrac{1}{x} > \dfrac{1}{15}$

   (c) Si f est la fonction carrée, alors pour tout $a > 0$ $f(x) = a$ admet une unique solution dans $\mathbb{R}$.

3. Comparer les nombres suivants sans utiliser la calculatrice ni calculer leur valeur :

   (a) $(-7)^2$ et $(-5)^2$.

   (b) $\dfrac{1}{9}$ et $\dfrac{1}{13}$.

   (c) $\sqrt{\dfrac{17}{5}}$ et $\sqrt{\dfrac{4}{5}}$.

   (d) $14{,}324^3$ et $(-14{,}324)^3$.

   (e) $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ et $\dfrac{1}{\sqrt{3}}$.

Exercice 3.6 On rappelle qu'une fonction affine est une fonction f définie sur $\mathbb{R}$ qui peut s'écrire sous la forme $f(x) = ax + b$ avec a et b réels.

1. Compléter la fonction `Python` suivante indiquant si une fonction affine f est linéaire ou constante.

```
def natureFonctionAffine(a,b):
    if ...........:
        return "La fonction est constante"
    elif b == 0:
        return ..................................
    ......:
        return "La fonction n'est ni linéaire, ni constante".
```

2. Dans chacun des cas suivants, déterminer les valeurs de a et b à partir des informations données.

   (a) f_1 est linéaire et l'image de 5 par f_1 est 2.

   (b) f_2 est constante et -2 est un antécédent de 7 par f_2.

   (c) f_3 est affine avec $f_3(-1) = 5$ et $f_3(6) = -3$.

   (d) f_4 est affine avec $f_4(5) = 12$ et $f_4(9) = 14$.

3. Pour chacune des fonctions précédentes, dresser son tableau de signes et son tableau de variations sur $\mathbb{R}$.

4. Compléter la fonction `Python` suivante indiquant si la fonction affine non constante définie par la valeur de deux images est croissante ou non en renvoyant `True` (vrai) si elle croissante et `False` (faux) sinon. Les paramètres sont `x1, y1, x2, y2` où `y1` (respectivement `y2`) est l'image de `x1` (respectivement `x2`) par la fonction affine f.

```
def estAffineCroissante(x1,y1,x2,y2):
    if x1 < x2:
        if ......:
            return True
        ......:
            return False
    else:
        if y1 < y2:
            return ......
        ......:
            return ......
```

4 Géométrie

Exercice 4.1 Dans le plan rapporté à un repère orthonormal $(O; I; J)$, on considère les points $A(1; 1)$, $B(2; 5)$ et $C(3; 1)$.

1. Calculer les coordonnées du point K milieu de $[AC]$.
2. Calculer les coordonnées du point D tel que K soit le milieu de $[BD]$.
3. Montrer que ABCD est un parallélogramme.
4. Calculer les longueurs AB et BC.
5. En déduire la nature précise de ABCD.

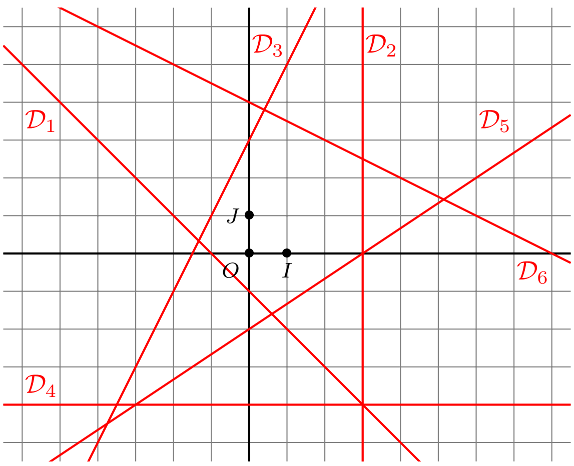
Exercice 4.2 Soit le triangle ABC tel que $AB = 4cm$; $BC = 6cm$ et $\widehat{CAB} = 60°$.
Soit K le projeté orthogonal de B sur $[AC]$

1. Calculer BK. On donnera la valeur exacte.
2. En déduire $\widehat{KBC}$. On donnera la valeur arrondie au degré près.
3. Le triangle ABC est-il rectangle ?

Exercice 4.3 Dans un repère $(O; I; J)$, on considère la droite $\mathcal{D}$ d'équation $2x - y + 6 = 0$ et la droite $\mathcal{D}'$ d'équation $-6x + 4y = -1$.

1. Déterminer les équations réduites des droites $\mathcal{D}$ et $\mathcal{D}'$.
2. Quels sont les coefficients directeurs et les ordonnées à l'origine des droites $\mathcal{D}$ et $\mathcal{D}'$?

Exercice 4.4 (◆) Déterminer par lecture graphique les équations réduites des six droites suivantes :



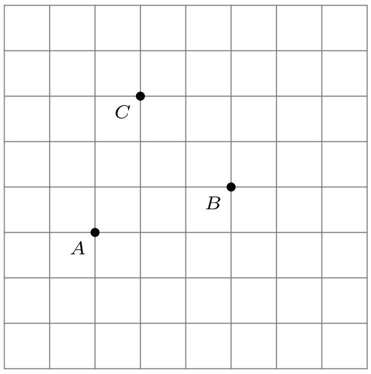
Exercice 4.5 Dans un repère orthonormal $(O; I; J)$, on considère les points $A(-1; 2)$, $B(3; 0)$, $C(1; 3)$ et $D(2; 2)$.

1. Déterminer l'équation réduite de la droite (AB)
2. Déterminer l'équation réduite de la droite $\mathcal{D}$ passant par C et parallèle à (AB).
3. Le point D est il sur $\mathcal{D}$?
4. Déterminer l'équation réduite de la droite $\mathcal{D}'$ passant par D et orthogonal à (AB).

Exercice 4.6 Résoudre les systèmes linéaires suivants :

1. $\begin{cases} 3x + 4y = 9 \\ 5x + 6y = 14 \end{cases}$
2. $\begin{cases} x + 2y = 6 \\ x - 2y = -2 \end{cases}$
3. $\begin{cases} 4x + 3y = 6 \\ 12x + 9y = 15 \end{cases}$
4. $\begin{cases} 2x - 4y = -2 \\ 3x + 5y = 8 \end{cases}$

Exercice 4.7 On considère la figure suivante :



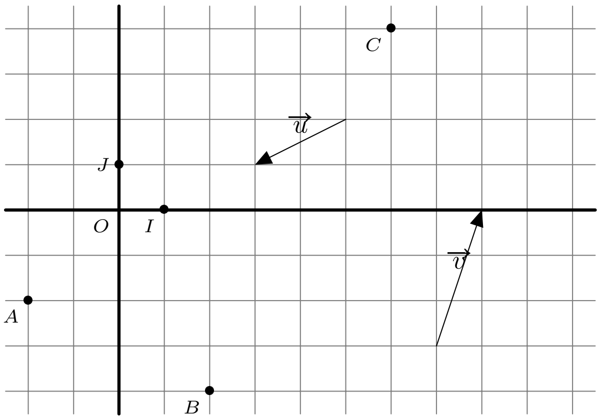
1. Construire le point D tel que $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$.
2. Que dire du quadrilatère $ABDC$?
3. Construire les points E, F et G tel que :
   $\overrightarrow{BF} = -\dfrac{1}{2}\overrightarrow{DA}$ $\qquad$ $\overrightarrow{EA} = 2\overrightarrow{DC}$ $\qquad$ $\overrightarrow{CG} = \dfrac{1}{3}\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC}$

Exercice 4.8 Soit ABC un triangle et $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ deux vecteurs définis par :
$\overrightarrow{u} = 4\overrightarrow{BA} - 6\overrightarrow{AC}$ $\qquad$ $\overrightarrow{v} = -5\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{CB}$

1. Exprimer $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$
2. Montrer que $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ sont colinéaires

Exercice 4.9 On se place dans un repère orthonormal $(O; I; J)$

1. Donner les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$
2. Donner les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$
3. Placer le point E tel que $\overrightarrow{BE} = \overrightarrow{u} + \overrightarrow{v}$
4. Calculer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{u} + \overrightarrow{v}$.
5. En déduire les coordonnées de E
6. Placer F tel que $\overrightarrow{CF}(-1; -4)$



Exercice 4.10 Dans un repère orthonormal $(O; I; J)$, on considère les points $A(-1; 3)$, $B(1; 1)$, $C(4; 3)$ et $D(3; 4)$.

1. Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AD}$
2. Calculer les coordonnées de points E, F et G tels que :
   $\overrightarrow{AE} = 3\overrightarrow{AD}$ $\qquad$ C est le milieu de $[BF]$ $\qquad$ $\overrightarrow{AG} = \dfrac{3}{2}\overrightarrow{AD}$
3. Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{EF}$ et $\overrightarrow{FG}$
4. En déduire que les points E, F et G sont alignés.

Exercice 4.11

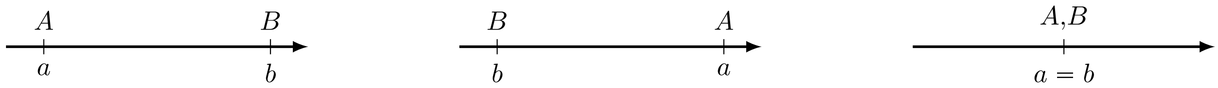
1. On considère la fonction suivante :

```
fonction moyenne(a,b)
    renvoyer (a + b)/2
fin fonction
```

   (a) Quel est le nom de cette fonction ? Combien a-t-elle de paramètres ?

   (b) Que renvoient les instructions `moyenne(3,2)` et `moyenne(-1,1)` ?

   (c) Soient A le point d'abscisse a et B le point d'abscisse b. Placer sur les droites des réels ci-dessous, le point M d'abscisse la valeur renvoyée par la fonction `moyenne`, et donner une interprétation géométrique du point M.



Cas $a < b$ — Cas $b < a$ — Cas $a = b$

2. Soit $(O; I; J)$ un repère du plan.

   (a) Soient $A(3; -1)$ et $B(2; 1)$.

      i. Déterminer les coordonnées du milieu M du segment $[AB]$.

      ii. Que représente les coordonnées de M vis-à-vis de la fonction `moyenne` de la question 1 ?

   (b) On considère la fonction `milieu` ci-dessous où les paramètres `xA` et `yA` (resp. `xB` et `yB`) correspondent à l'abscisse et à l'ordonnée d'un point A (resp. d'un point B). Compléter cette fonction de telle sorte qu'elle renvoie les coordonnées du milieu M du segment $[AB]$.

```
fonction milieu(xA,yA,xB,yB)
    xM = moyenne(xA, ...)
    yM = moyenne(... , ...)
    renvoyer ... , ...
fin fonction
```

3. Soit $(O; I; J)$ un repère du plan.

   (a) Rappeler une caractérisation d'un parallélogramme à l'aide de ses diagonales.

   (b) Soient $A(x_A,y_A)$, $B(x_B,y_B)$, $C(x_C,y_C)$ et $D(x_D,y_D)$ quatre points du plan.
   Compléter la fonction `estParallélogramme` ci-dessous pour qu'elle renvoie `Vrai` si le quadrilatère $ABCD$ est un parallélogramme et `Faux` sinon.

```
fonction estParallélogramme(xA,yA,xB,yB,xC,yC,xD,yD)
    milieuAC = milieu(xA, yA, ... , ...)
    milieuBD = ...
    si milieuAC = \pointilles{4cm} alors
        renvoyer ...
    sinon
        renvoyer ...
    fin si
fin fonction
```

   (c) Donner une implémentation `Python` de la fonction `estParallélogramme` ci-dessus.

5 Statistiques

Exercice 5.1 (◆) Avant de rendre les copies à ses 24 élèves, un professeur a fait quelques calculs statistiques à partir de la série de leurs notes :

- Moyenne : 11
- Médiane : 12
- Premier quartile : 9
- Troisième quartile : 13
- Note minimale : 4
- Note maximale : 15

Répondre par vrai ou faux aux affirmations suivantes en justifiant vos réponses.

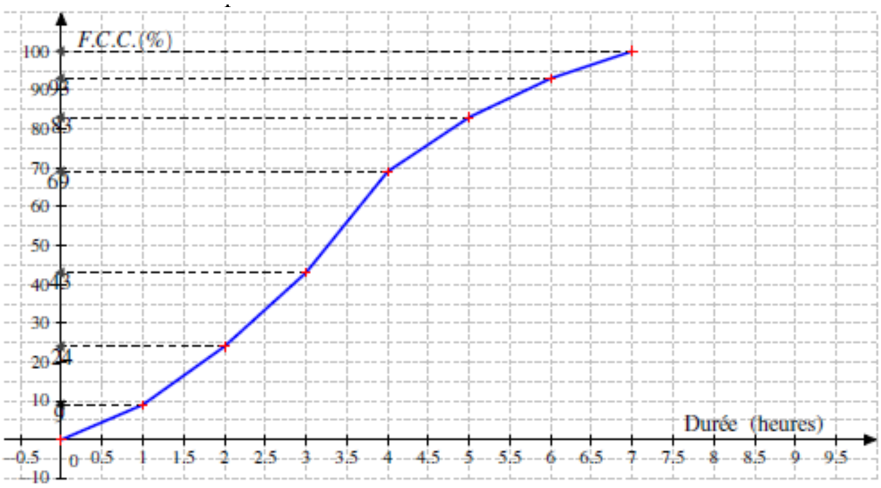
1. La moitié des élèves ont une note en dessous de 11.
2. Il y a au moins un élève qui a eu 13.
3. La moitié des notes de la classe se situent entre 9 et 13.
4. L'étendue de cette série est : 15.

Exercice 5.2 (◆) On considère la série suivante qui correspond à la répartition des salaires mensuels en euros dans une entreprise.

Salaires mensuels en euros	1 000	1 200	1 300	2 500	5 000
Effectifs	11	10	14	4	1
Fréquence en %					
F. C. C. en %					

1. Quelle est la population ainsi que le caractère étudiés ?
2. Compléter ce tableau.
3. Calculer le salaire moyen et le salaire médian au sein de cette entreprise. Comparer et interpréter ces résultats.
4. Déterminer les quartiles Q_1 et Q_3 en expliquant la démarche puis calculer l'écart inter-quartiles. Interpréter la valeur trouvée pour Q_3.
5. Quel est le pourcentage des salaires strictement inférieurs à 2500 euros ?
6. Quel est le pourcentage des salaires compris entre 1200 et 2500 euros ?
7. Pour vous recruter, le directeur de l'entreprise vous présente la valeur du salaire moyen. Est-ce un indicateur pertinent ici ? Expliquer.

Exercice 5.3 (◆) On a demandé à des familles la durée en heures passées quotidiennement sur les réseaux sociaux. Voici la courbe des fréquences cumulées croissantes.



1. Quel est le pourcentage des familles qui passent entre 4 et 5 heures par jour sur les réseaux sociaux ?
2. Déterminer graphiquement les valeurs M_e, Q_1 et Q_3.
3. A partir du graphique, compléter le tableau suivant :

Temps passé sur les réseaux sociaux	$[0;1[$	$[1;2[$					
F. C. C. (en %)							
Fréquence en %							

4. Est-il vrai que 83% de la population passe au moins 5 heures sur les réseaux sociaux ? Justifier votre réponse.
5. Quel est le pourcentage des familles passant moins de 2 heures par jour sur les réseaux sociaux ?

6 Probabilités et échantillonnage

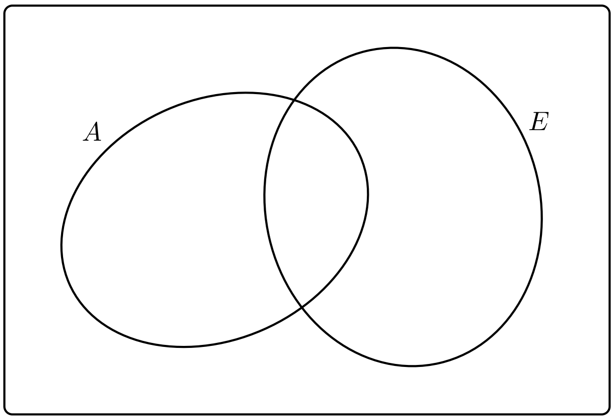
Exercice 6.1 (◆) Répondre par vrai ou faux :

1. La probabilité d'un événement peut-être un nombre rationnel.
2. On a toujours $p(A) + p(\overline{A}) = 1$.
3. Si deux événements A et B vérifient $p(A) + p(B) = 1$, alors ils sont incompatibles.
4. Si on lance 1000 fois un dé équilibré, la fréquence d'apparition de la face portant le numéro 6 est $\dfrac{1}{6}$.
5. Est-il possible d'avoir $p(A) = \sqrt{2}$?
6. On a toujours $p(A \cap B) = p(A) + p(B) - p(A \cup B)$.

Exercice 6.2 (◆) Dans une classe de 30 élèves, 20 étudient l'anglais et 15 l'espagnol. 8 étudient les deux langues. Pour un élève donné, on note

- A l'événement : « l'élève étudie l'anglais »
- E l'événement : « l'élève étudie l'espagnol ».

1. Compléter le diagramme de Venn ci-dessous avec des nombres pour représenter la situation.



2. Que représente l'événement $A \cap E$? Déterminer $p(A \cap E)$.
3. Que représente l'événement $A \cup E$? Déterminer $p(A \cup E)$.
4. On considère l'évènement B : « l'élève n'apprend ni l'anglais ni l'espagnol ». Décrire B à l'aide de A et de E. Déterminer $p(B)$.
5. Décrire par une phrase l'évènement $\overline{A}$. Déterminer $p(\overline{A})$

Exercice 6.3 (◆) On joue avec un dé truqué à 6 faces. On lance une fois ce dé. On sait que :

- la probabilité d'obtenir 1 ; 2 ; 3 ; 4 ou 5 est la même.
- la probabilité d'obtenir un 6 est égale à $\dfrac{1}{2}$.

1. Soit A l'événement : « obtenir un 6 ». Calculer $p(\overline{A})$. Interpréter ce résultat.
2. Soit B l'événement : « obtenir 1 ». Déterminer $p(B)$. En déduire la loi de probabilité de cette expérience.
3. Soit C l'événement : « obtenir un nombre pair ». Déterminer $p(C)$. En déduire la probabilité d'obtenir un nombre impair, vous justifierez votre réponse.

Exercice 6.4 (◆)En fin de journée, la caissière d'un magasin relève tous les tickets de caisse qui permettent de savoir :

- le moyen de paiement utilisé par les acheteurs : carte bleue, chèque ou espèce.
- le montant des achats qu'elle classe en 2 groupes : montants de moins de 10 euros et montants supérieurs ou égaux à 10 euros.

Pour la journée dont elle fait le bilan, il y a eu 200 achats :

- Il y a eu 50 paiements par chèque ;
- il y a eu autant de paiements par carte bancaire que de paiements en espèces ;

- parmi les paiements en espèces, 15 sont d'un montant supérieur ou égal à 10 euros ;
- le tiers des achats payés par carte bancaire correspondent à un montant inférieur à 10 euros. ;
- Le magasin n'accepte pas les chèques lorsque l'achat est d'un montant inférieur à 10 euros.

	Paiement par carte bancaire	Paiement par chèque	Paiement en espèces	TOTAL
Montants inférieurs à 10 euros		0		
Montants supérieurs ou égaux à 10 euros				
TOTAL		50		200

1. Compléter, sans justification, le tableau ci-dessus.
2. La caissière prend au hasard un ticket parmi les 200, on suppose que tous les tickets de caisse ont la même probabilité d'être choisis. On considère les événements suivants :
   - A : « le montant de l'achat est inférieur à 10 euros » ;
   - B : « le paiement a été fait par carte bancaire » ;
   - C : « le paiement a été fait en espèces ».

   (a) Calculer la probabilité de l'événement A, puis celle de l'événement B.
   (b) Décrire en une phrase chacun des événements $A \cap B$ et $A \cup B$ puis calculer leur probabilité.
   (c) Décrire par une phrase l'événement $\overline{C}$, puis calculer sa probabilité.
3. La caissière a pris un ticket de caisse correspondant à un paiement par carte bancaire. Quelle est la probabilité que le montant de l'achat soit supérieur ou égal à 10 euros ?

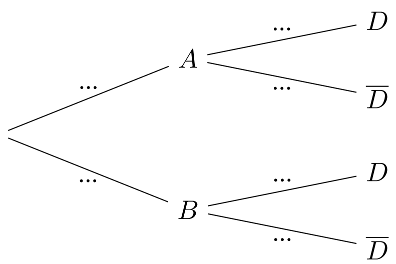
Exercice 6.5 (◆)Une usine de composants électriques dispose de deux unités de production A et B. La production journalière de l'usine A est de 600 pièces, celle de l'unité B est de 900 pièces. On prélève au hasard un composant de la production d'une journée.

- 2% des composants produits par l'unité A présentent un défaut de soudure ;
- 3% des composants produits par l'unité B présentent un défaut de soudure.

On note :

- D l'événement : « le composant présente un défaut de soudure »
- A l'événement : « le composant est produit par l'unité A »
- B l'événement : « le composant est produit par l'unité B »

1. Calculer $p(A)$ et $p(B)$.
2. Compléter l'arbre de probabilités ci-dessous :



3. Décrire les événements $A \cap D$ et $B \cap D$.
4. En utilisant l'arbre des probabilités :

(a) Calculer $p(A \cap D)$ et $p(B \cap D)$.
(b) En déduire $p(D)$.
(c) Calculer $p(\overline{D})$.

Exercice 6.6

1. En `Python`, la fonction `random` renvoie un nombre réel aléatoire dans l'intervalle $[0; 1[$.
On considère la fonction suivante où le paramètre `p` désigne un nombre réel dans $[0; 1[$ choisi par l'utilisateur au moment de l'appel.

```
def Bernoulli(p):
    choixAléatoire = random()
    if choixAléatoire < p:
        return 1
    else:
        return 0
```

On exécute plusieurs fois l'instruction `Bernoulli(0.5)`. Compléter le tableau suivant :

Valeur de `choixAléatoire`	0.35	0.5	0.128	0.677	0.813
Valeur renvoyée par la fonction					
Valeur de `choixAléatoire`	0.03	0.12	0.501	0.49999	0.051
Valeur renvoyée par la fonction					

(b) Quelle expérience aléatoire peut être modélisée par `Bernoulli(0.5)` ?

2. Une urne contient 8 boules rouges et 12 boules vertes indiscernables au toucher.
(a) Quelle est la probabilité de tirer une boule rouge ?
(b) Compléter l'instruction qui permet de simuler cette expérience : `Bernoulli(........)`.

3. On souhaite répéter 100 fois l'expérience aléatoire de la question 2 et compter le nombre de boules rouges obtenues. Compléter la fonction suivante :

```
def nombreBoulesRouges():
    nbRouge = 0
    for i in range(...):
        if Bernoulli(...) == True:
            nbRouge = nbRouge + ...
    return ...
```